IFT 615 – Intelligence artificielle

Apprentissage par renforcement

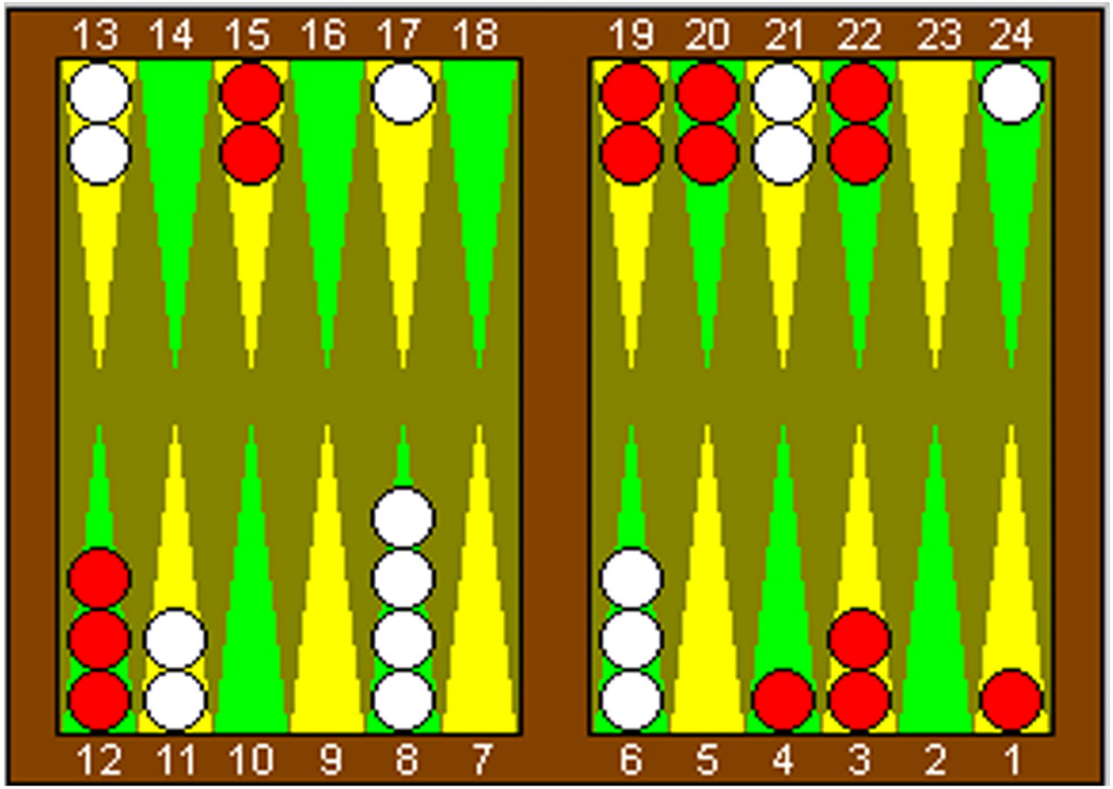
Hugo Larochelle
Département d'informatique
Université de Sherbrooke
http://www.dmi.usherb.ca/~larocheh/cours/ift615.html

Sujets couverts

- Retour sur les processus de décision de Markov (MDP)
- Apprentissage par renforcement passif
  - méthode par estimation directe
  - méthode par programmation dynamique adaptative (PDA)
  - méthode par différence temporelle (TD)
- Apprentissage par renforcement actif
  - méthode PDA active
  - méthode TD active
  - méthode *Q-learning*
  - méthode par recherche de plan/politique (*policy-gradient*)
- Dilemme exploration vs. exploitation
- Généralisation en apprentissage par renforcement

Mise en situation

- Comment développer une intelligence qui apprend elle-même un jeu?



Mise en situation

- Comment apprendre un contrôleur d'hélicoptère?

Pourquoi l'apprentissage par renforcement?

- On a vu que l'**apprentissage automatique supervisé** permet de modéliser une expertise **à partir de données étiquetées**

- Pour obtenir un agent intelligent qui joue bien aux échecs, il faudrait amasser des paires (état du jeu, mouvement à jouer) d'un joueur expert
  - amasser de telles données peut être fastidieux ou trop coûteux

- On préférerait que l'agent apprenne seulement à partir du résultat de parties qu'il joue
  - si l'agent a gagné, c'est que son plan (sa politique) de jeu était bon
  - si l'agent perd, c'est qu'il y a une faiblesse derrière sa façon de jouer

Pourquoi l'apprentissage par renforcement?

- L'**apprentissage par renforcement** s'intéresse au cas où l'agent doit apprendre seulement **à partir de telles récompenses** ou **renforcements**

- L'apprentissage se fait à l'image d'un animal qui perçoit des récompenses négatives (douleur, faim) et positives (plaisir, manger)
  - l'animal veut maximiser les récompenses positives et éviter les négatives

Pourquoi l'apprentissage par renforcement?

- On a vu des algorithmes pour les processus de décisions markovien (MDP) qui trouvent le plan optimal qui maximise la récompense espérée
  - Quels sont ces algorithmes?

- Ces algorithmes nécessitent une connaissance totale du modèle de transition $P(s'|s, a)$ et de la fonction de renforcement $R(s)$

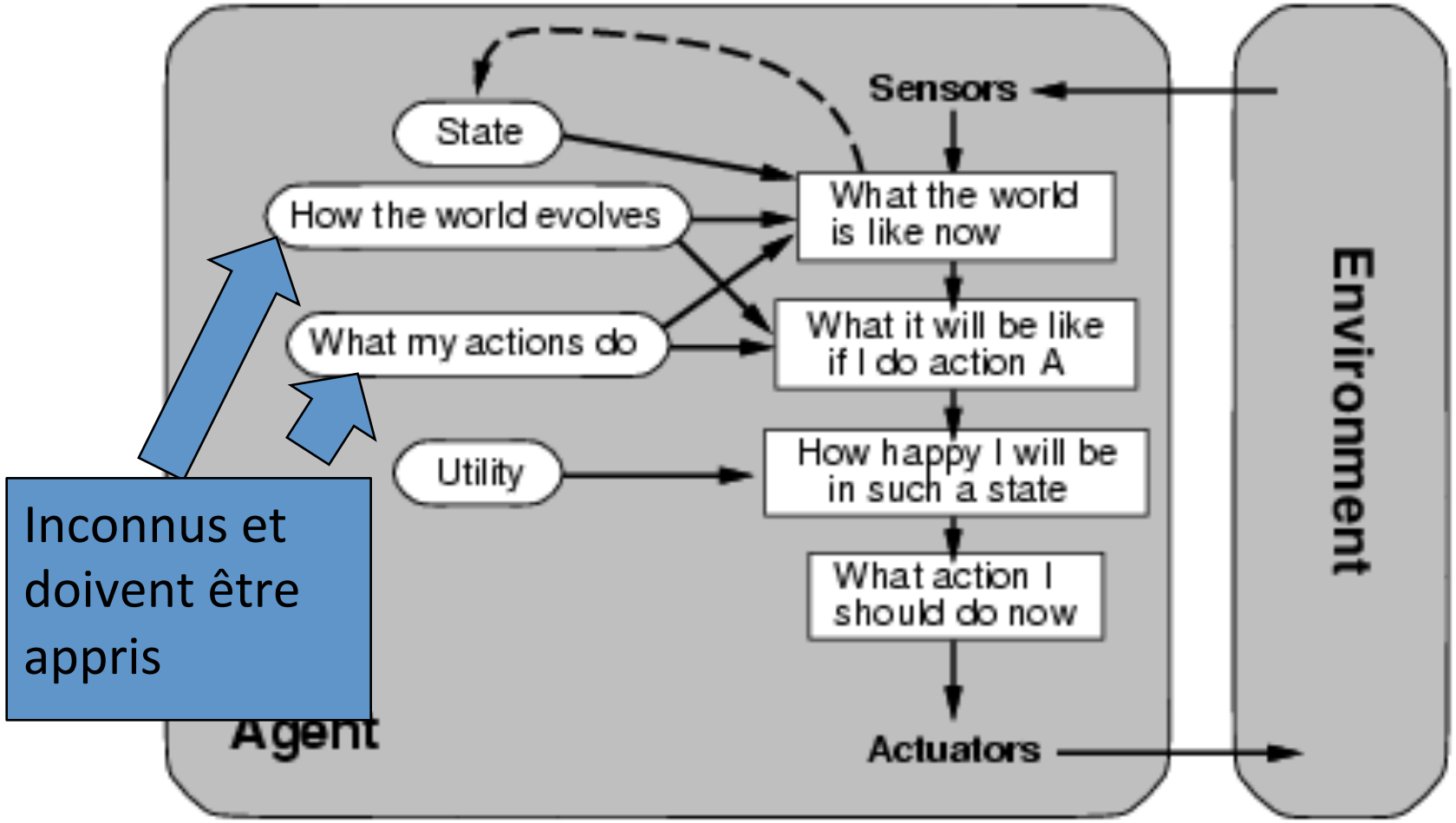
Pourquoi l'apprentissage par renforcement?

- Dans un environnement réel, on ne connaît pas $P(s'|s, a)$
  - ex.: robot aspirateur placé dans une nouvelle pièce
  - ex.: agent qui contrôle un hélicoptère
  - ex.: agent qui joue à un jeu pour lequel $P(s'|s, a)$ est très complexe, avec un très grand espace d'état (Super Mario)

- Donc, l'apprentissage par renforcement vise aussi à **trouver un plan optimal, mais sans connaître le modèle de transition de l'environnement**

- Certains diront que c'est la forme la plus pure d'apprentissage en IA
  - c'est aussi une des plus difficiles à réussir...

Rappel: Utility-based agents



Dans ce cours...

- On va se concentrer sur le cas
  - d'un environnement parfaitement observé
  - d'un environnement stochastique (le résultat d'une action n'est pas déterministe)
  - où on ne connaît pas l'environnement (c.-à-d. c'est un MDP inconnu)
  - où on peut ne pas connaître la fonction de renforcement $R(s)$

- Après ce cours, vous connaîtrez les notions de bases sur
  - apprentissage par renforcement passif
  - apprentissage par renforcement actif
  - dilemme exploration vs. exploitation
  - généralisation en apprentissage par renforcement

Rappel: processus de décision markovien

- Un **processus de décision markovien** (***Markov decision process***, ou **MDP**) est défini par:
  - un **ensemble d'états** S (incluant un étant initial s_0)
  - un **ensemble d'actions** possibles $Actions(s)$ (ou $A(s)$) lorsque je me trouve à l'état s
  - un **modèle de transition** $P(s'|s, a)$, où a $\in A(s)$
  - une **fonction de récompense** $R(s)$ (utilité d'être dans l'état s)

- Un **plan** (**politique**) π est un ensemble de décisions qui associe un état s à une action $a = \pi(s)$

Rappel: processus de décision markovien

- La **fonction de valeur** $V(s)$ d'un plan est donnée par les équations

$$V(s) = R(s) + \gamma \sum_{s' \in S} P(s' | s, \pi(s))\, V(s')$$

où γ est un facteur d'escompte donné

- Plutôt que $V(s)$, on note parfois $V(\pi,s)$, ou $U^{\pi}(s)$ dans le livre

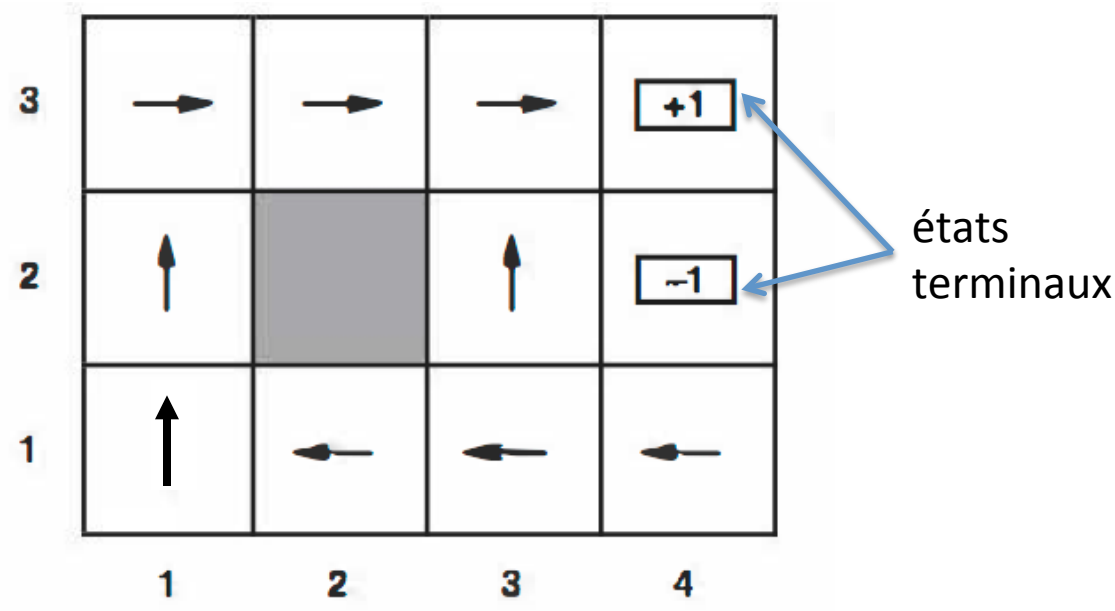
- **NOUVEAU**: on va supposer l'existence d'**états terminaux**
  - lorsque l'agent atteint cet état, la simulation est arrêtée
  - on s'intéresse à la somme des récompenses jusqu'à l'atteinte d'un état terminal
    - » ex.: au tic-tac-toe, l'état terminal est une grille de fin de partie (c.-à-d. une grille complète ou une grille où un des joueurs a gagné)

Apprentissage par renforcement passif

- **Définition**: soit un plan π donné, apprendre la fonction de valeur sans connaître $P(s'|s, a)$

- **Exemple illustratif**: déplacement sur une grille 3 x 4

  - plan π illustré parles flèches
  - $R(s)$ = -0.04 partout sauf aux états terminaux
  - l'environnement est stochastique
  - l'agent arrête aux états terminaux
  - on suppose γ=1



Apprentissage par renforcement passif

- **Définition**: soit un plan π donné, apprendre la fonction de valeur sans connaître $P(s'|s, a)$

- Puisqu'on ne connaît pas $P(s'|s, a)$ on doit apprendre à partir d'**essais** (***trials***)
  1. $(1,1)_{-.04} \rightarrow (1,2)_{-.04} \rightarrow (1,3)_{-.04} \rightarrow (1,2)_{-.04} \rightarrow (1,3)_{-.04} \rightarrow (2,3)_{-.04} \rightarrow (3,3)_{-.04} \rightarrow (4,3)_{+1}$
  2. $(1,1)_{-.04} \rightarrow (1,2)_{-.04} \rightarrow (1,3)_{-.04} \rightarrow (2,3)_{-.04} \rightarrow (3,3)_{-.04} \rightarrow (3,2)_{-.04} \rightarrow (3,3)_{-.04} \rightarrow (4,3)_{+1}$
  3. $(1,1)_{-.04} \rightarrow (2,1)_{-.04} \rightarrow (3,1)_{-.04} \rightarrow (3,2)_{-.04} \rightarrow (4,2)_{-1}$

- Comment estimer la fonction de valeurs $V(s)$ à partir de ces essais?

Approche par estimation directe

- Approche la plus simple: **calculer la moyenne de ce qui est observé** dans les essais
- Estimation de $V((1,1))$
  - dans l'essai 1, la somme des récompenses à partir de (1,1) est 0.72
  - dans l'essai 2, on observe également 0.72
  - dans l'essai 3, on observe plutôt -1.16
  - l'estimation directe de $V((1,1))$ est donc (0.72+0.72-1.16)/3 = 0.09333
- Estimation de $V((1,2))$
  - dans l'essai 1, l'état (1,2) est visité deux fois, avec des sommes de récompenses à partir de (1,2) de 0.76 et 0.84
  - dans l'essai 2, on observe 0.76
  - l'essai 3 ne visite pas (1,2)
  - l'estimation directe de $V((1,2))$ est donc (0.76+0.84+0.76)/3 = 0.78666

Approche par estimation directe

- Cette approche est similaire à l'apprentissage supervisé
  - on apprend à partir de paires
    (état visité *s*, somme pondérée des récompenses à partir de *s*)

- L'estimation **ignore la relation récursive entre les valeurs**, décrite par les équations de la fonction de valeur

$$V(s) = R(s) + \gamma \sum_{s' \in S} P(s'|s, \pi(s))\, V(s')$$

- Par exemple, bien que l'essai 1 dit rien sur (3,2), elle nous apprend que (3,3) a une valeur élevée

- On pourrait également déduire que (3,2) a une valeur élevée, puisque (3,2) est adjacent à (3,3)

Approche par programmation dynamique adaptative

- C'est l'idée derrière la **programmation dynamique adaptative** (PDA)
  - tirer profit des équations de la fonction de valeur pour estimer $V(s)$

- L'approche par PDA **n'apprend pas directement $V(s)$**, mais apprend plutôt le modèle de transition $P(s'|s, a)$
  - étant donnée une estimation de $P(s'|s, a)$, on peut résoudre $V(s) = R(s) + \gamma \sum_{s' \in S} P(s'|s, \pi(s)) V(s')$
  - on obtient alors notre estimation de $V(s)$
- On peut estimer $P(s'|s, a)$ à partir des fréquences des transitions observées:

$$P(s'|s, \pi(s)) = \frac{\sum_{\text{essais}} \text{freq}(s',s)}{\sum_{\text{essais}} \text{freq}(s)}$$

nb. de transitions de s à s' dans l'essai

nb. de fois que s est visité dans l'essai

somme sur tous les essais

Approche par programmation dynamique adaptative

function PASSIVE-ADP-AGENT(*percept*) **returns** an action
  inputs: *percept*, a percept indicating the current state s' and reward signal r'
  persistent: π, a fixed policy
    mdp, an MDP with model P, rewards R, discount γ
    U, a table of utilities, initially empty
    N_{sa}, a table of frequencies for state–action pairs, initially zero
    $N_{s'|sa}$, a table of outcome frequencies given state–action pairs, initially zero
    s, a, the previous state and action, initially null

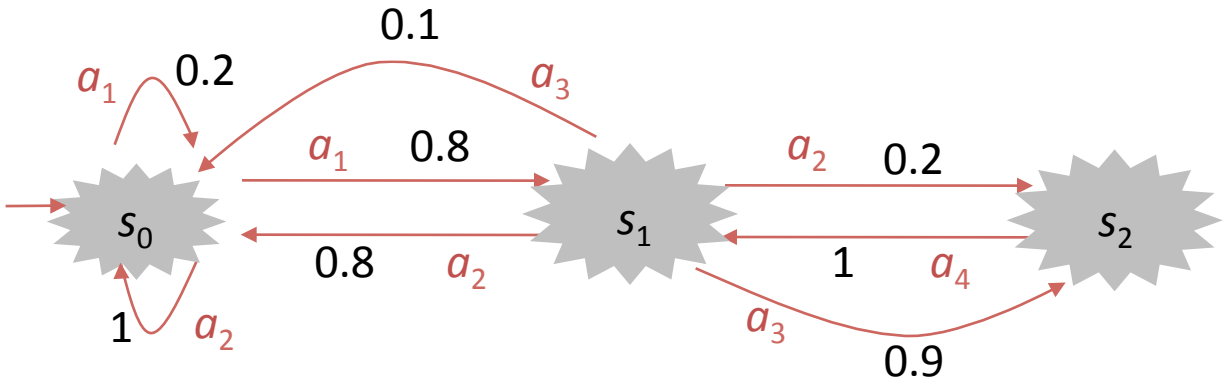
  if s is not null **then**
    increment $N_{sa}[s, a]$ and $N_{s'|sa}[s', s, a]$
    for each t such that $N_{s'|sa}[t, s, a]$ is nonzero **do**
      $P(t \mid s, a) \leftarrow N_{s'|sa}[t, s, a] \,/\, N_{sa}[s, a]$
  $U \leftarrow$ POLICY-EVALUATION(π, U, *mdp*)
  if s'.TERMINAL? **then** $s, a \leftarrow$ **null else** $s, a \leftarrow s', \pi[s']$
  return a

Fonction qui résout

$V(s) = R(s) + \gamma \sum_{s' \in S} P(s' \mid s, \pi(s))\, V(s')$

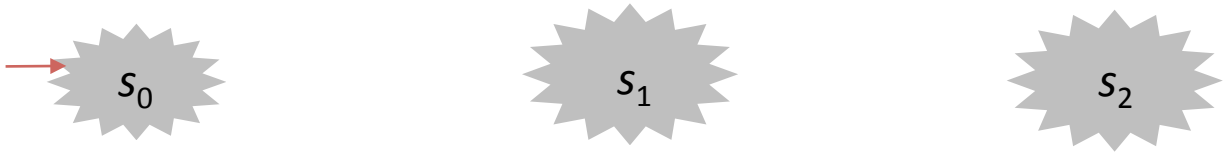
Approche par programmation dynamique adaptative

- Exemple (**avec état terminal**)



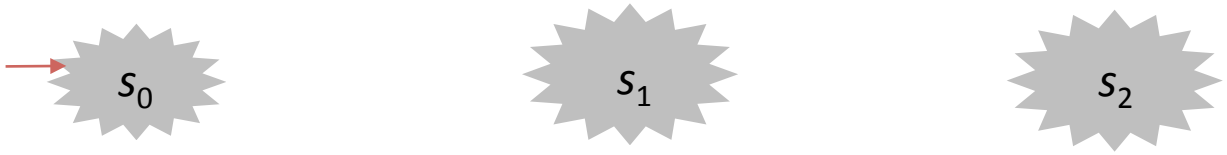
- MDP à 3 états: $S = \{s_0, s_1, s_2\}$
- Fonction de récompense: $R(s_0) = -0.1$, $R(s_1) = -0.1$, $R(s_2) = 1$
- Le facteur d'escompte est $\gamma=0.5$
- s_2 est un état terminal, s_0 est l'état initial
- Plan suivi: $\pi(s_0) = a_1$, $\pi(s_1) = a_3$

Approche par programmation dynamique adaptative



- Initialement, on suppose aucune connection entre les états

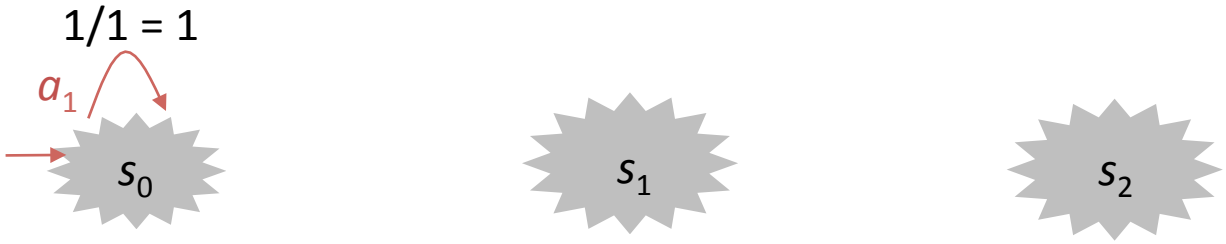
Approche par programmation dynamique adaptative



- Observations: $(s_0)_{-0.1}$

  $V(s_0) = -0.1$
  $V(s_1) = -0.1$
  $V(s_2) = 1$

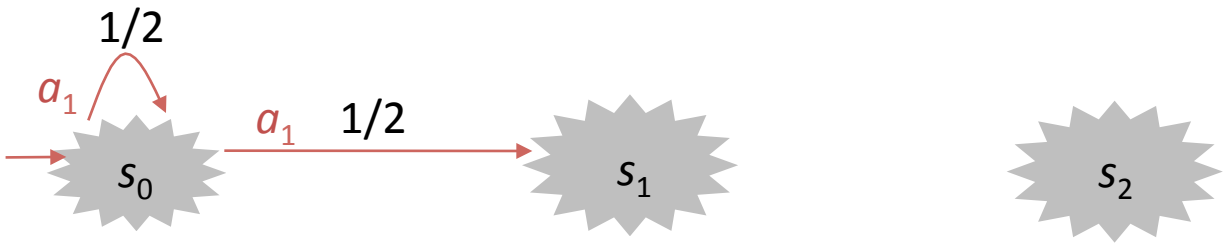
Approche par programmation dynamique adaptative



- Observations: $(s_0)_{-0.1} \rightarrow (s_0)_{-0.1}$

  $V(s_0) = -0.1 + 0.5\ V(s_0)$
  $V(s_1) = -0.1$
  $V(s_2) = 1$

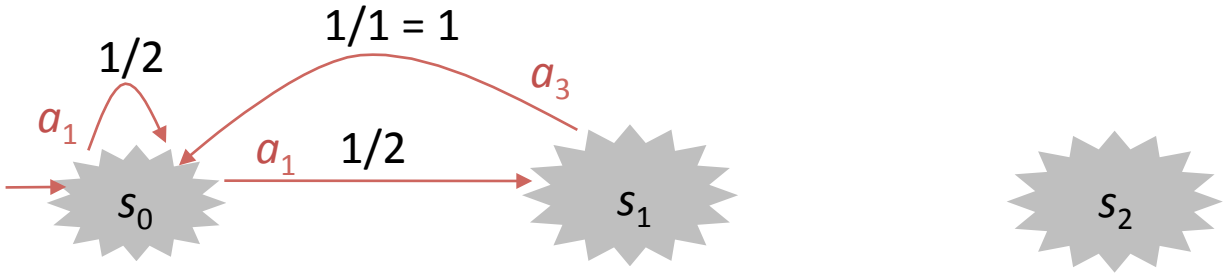
Approche par programmation dynamique adaptative



- Observations: $(s_0)_{-0.1} \rightarrow (s_0)_{-0.1} \rightarrow (s_1)_{-0.1}$

  $V(s_0) = -0.1 + 0.5\,(0.5\,V(s_0) + 0.5\,V(s_1))$
  $V(s_1) = -0.1$
  $V(s_2) = 1$

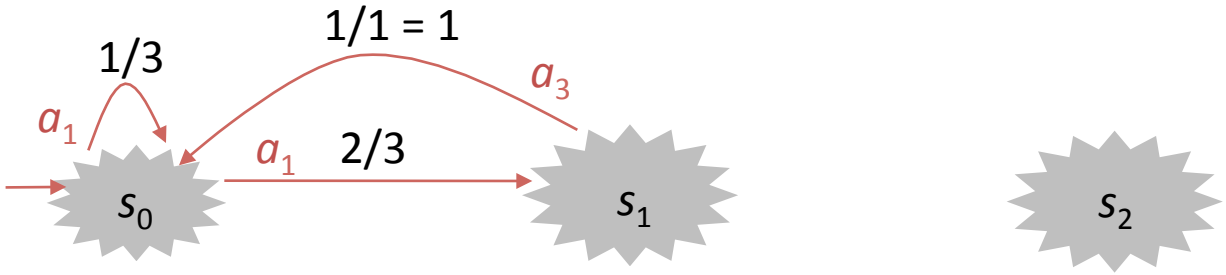
Approche par programmation dynamique adaptative



- Observations: $(s_0)_{-0.1} \rightarrow (s_0)_{-0.1} \rightarrow (s_1)_{-0.1} \rightarrow (s_0)_{-0.1}$

  $V(s_0) = -0.1 + 0.5\,(0.5\,V(s_0) + 0.5\,V(s_1))$
  $V(s_1) = -0.1 + 0.5\,V(s_0)$
  $V(s_2) = 1$

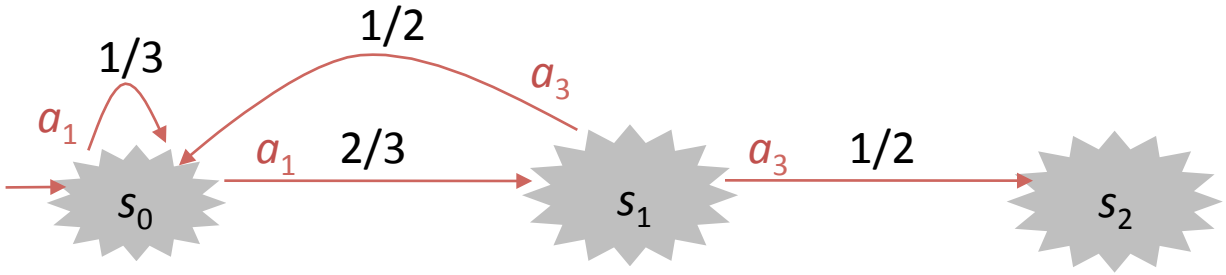
Approche par programmation dynamique adaptative



- Observations: $(s_0)_{-0.1} \rightarrow (s_0)_{-0.1} \rightarrow (s_1)_{-0.1} \rightarrow (s_0)_{-0.1} \rightarrow (s_1)_{-0.1}$

  $V(s_0) = -0.1 + 0.5\ (\frac{1}{3}\ V(s_0) + \frac{2}{3}\ V(s_1)\ )$
  $V(s_1) = -0.1 + 0.5\ V(s_0)$
  $V(s_2) = 1$

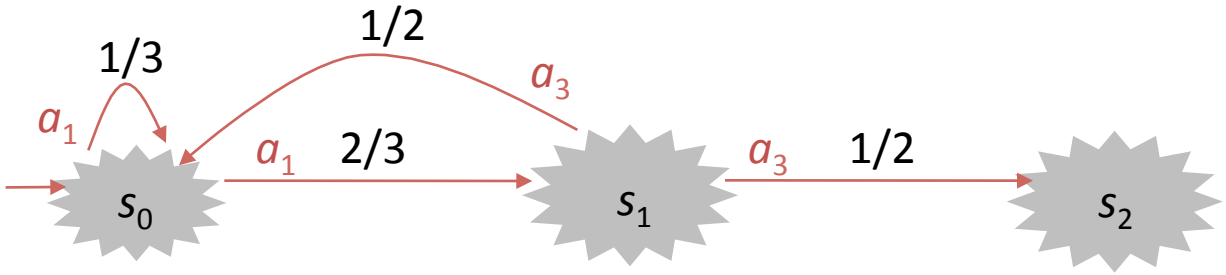
Approche par programmation dynamique adaptative



- Observations: $(s_0)_{-0.1} \rightarrow (s_0)_{-0.1} \rightarrow (s_1)_{-0.1} \rightarrow (s_0)_{-0.1} \rightarrow (s_1)_{-0.1} \rightarrow (s_2)_{1}$ fin de l'essai

$V(s_0) = -0.1 + 0.5\ (\frac{1}{3}\ V(s_0) + \frac{2}{3}\ V(s_1)\ )$
$V(s_1) = -0.1 + 0.5\ (0.5\ V(s_0) + 0.5\ V(s_2)\ )$
$V(s_2) = 1$

Approche par programmation dynamique adaptative



- Observations: $(s_0)_{-0.1} \rightarrow (s_0)_{-0.1} \rightarrow (s_1)_{-0.1} \rightarrow (s_0)_{-0.1} \rightarrow (s_1)_{-0.1} \rightarrow (s_2)_{1}$ fin de l'essai

$V(s_0) = -0.1 + 0.5\ (\frac{1}{3}\ V(s_0) + \frac{2}{3}\ V(s_1)\ )$
$V(s_1) = -0.1 + 0.5\ (0.5\ V(s_0) + 0.5\ V(s_2)\ )$
$V(s_2) = 1$

} À tout moment, on peut calculer les $V(s)$

Approche par programmation dynamique adaptative

- On a vu comment résoudre le système d'équations des $V(s)$ dans le cours sur les MDP
  - on peut écrire le système sous forme $b = A\,x$, et calculer $x = A^{-1}\,b$

- Cette opération peut être coûteuse à répéter après chaque observation
  - inverser la matrice A est dans $O(|S|^3)$

Approche par programmation dynamique adaptative

- Approche alternative: méthode itérative, similaire à *value iteration*
  1. Répéter (jusqu'à ce que le changement en V soit négligeable)
     I. pour chaque état s calculer:

$$V'(s) = R(s) + \gamma \sum_{s' \in S} P(s'|s,\pi(s)) \; V(s')$$

     II. si $|V - V'| \leq$ tolérance, quitter
     III. $V \leftarrow V'$

sans le max p/r à l'action

- Plutôt qu'initialiser $V(s)$ à 0, on peut l'**initialiser à sa valeur précédente, avant la nouvelle observation**
  - une seule observation peut avoir un impact minime sur la nouvelle valeur de $V(s)$ qui en résulte
  - l'approche itérative + initialisation à la valeur précédente devrait donc converger rapidement

Approche par programmation dynamique adaptative

- Approche alternative: méthode itérative, similaire à *value iteration*
  1. Répéter (jusqu'à ce que le changement en V soit négligeable).
     I. pour chaque état s calculer:

        $$V'(s) = R(s) + \gamma \sum_{s' \in S} P(s'|s,\pi(s)) \; V(s')$$

     II. si $|V - V'| \leq$ tolérance, quitter

     III. $V \leftarrow V'$

- Autres accélérations
  - borner le nombre d'itérations (c.-à-d. ne pas attendre d'atteindre le seuil)
  - balayage hiérarchisé (*prioritized sweeping*)
    - » on garde un historique des changements $|V(s) - V'(s)|$
    - » on priorise les états s avec une grande valeur précédente de $|V(s) - V'(s)|$
- Permet de résoudre des problèmes où $|S|$ est beaucoup plus grands

Approche par programmation dynamique adaptative

- Contrairement à l'estimation directe, l'approche par PDA peut apprendre après chaque observation, c.-à-d. après chaque transition d'un essai
  - pas besoin de compléter un essai pour obtenir une nouvelle estimation de $V(s)$
- Parfois, la fonction de récompense n'est pas connue
  - l'agent ne fait qu'observer la récompense à chaque état, et n'a pas accès directement à la fonction $R(s)$
  - par contre on a besoin de $R(s)$ dans les équations de la fonction de valeur
  - dans ce cas, on initialise notre estimation $R(s)$ à 0, et on la met à jour lorsqu'on atteint l'état s pour la première fois

Approche par programmation dynamique adaptative

function PASSIVE-ADP-AGENT(*percept*) **returns** an action
  inputs: *percept*, a percept indicating the current state s' and reward signal r'
  persistent: π, a fixed policy
    mdp, an MDP with model P, rewards R, discount γ
    U, a table of utilities, initially empty
    N_{sa}, a table of frequencies for state–action pairs, initially zero
    $N_{s'|sa}$, a table of outcome frequencies given state–action pairs, initially zero
    s, a, the previous state and action, initially null

  if s is not null **then**
    increment $N_{sa}[s, a]$ and $N_{s'|sa}[s', s, a]$
    for each t such that $N_{s'|sa}[t, s, a]$ is nonzero **do**
      $P(t \mid s, a) \leftarrow N_{s'|sa}[t, s, a] \,/\, N_{sa}[s, a]$
  $U \leftarrow$ POLICY-EVALUATION(π, U, *mdp*)
  if s'.TERMINAL? **then** $s, a \leftarrow$ **null else** $s, a \leftarrow s', \pi[s']$
  return a

Approche par programmation dynamique adaptative

- Un problème avec l'approche par PDA est qu'on **doit mettre à jour toutes les valeurs de $V(s)$, pour tout s, après chaque observation**
  - très coûteux en pratique si le nombre d'états est grand (ex.: exponentiel)
  - inutile pour un état s' qui n'est pas atteignable via l'état de la nouvelle observation

- On doit résoudre les équations de $V(s)$ parce qu'on estime $V(s)$ seulement indirectement, via notre estimation de $P(s'|s, a)$

- Serait-il possible d'estimer directement $V(s)$ et tenir compte des interactions entre les valeurs, sans avoir à passer par $P(s'|s, a)$?

Apprentissage par différence temporelle

- Observation: si la transition de s vers s' a une probabilité de 1, on a que

$$V(s) = R(s) + \gamma \sum_{s' \in S} P(s'|s, \pi(s))\, V(s')$$

$$= R(s) + \gamma\, V(s')$$

- Plutôt que d'attendre la fin de l'essai pour mettre à jour notre estimation de $V(s)$, on pourrait la rapprocher de $R(s) + \gamma\, V(s')$:
  - $V(s) \leftarrow (1-\alpha)\, V(s) + \alpha\, (R(s) + \gamma\, V(s'))$
    où α est un **taux d'apprentissage**, entre 0 et 1

- On obtient la règle d'apprentissage **par différence temporelle** (***temporal difference***) ou **TD**

$$V(s) \leftarrow V(s) + \alpha\, (\, R(s) + \gamma\, V(s') - V(s)\,)$$

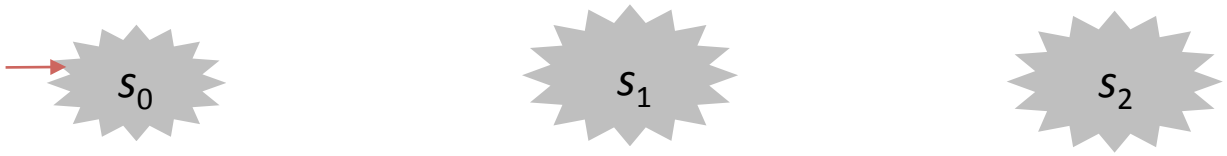
Apprentissage par différence temporelle

function PASSIVE-TD-AGENT(*percept*) **returns** an action
  inputs: *percept*, a percept indicating the current state s' and reward signal r'
  persistent: π, a fixed policy
    U, a table of utilities, initially empty
    N_s, a table of frequencies for states, initially zero
    s, a, r, the previous state, action, and reward, initially null

  if s' is new **then** $U[s'] \leftarrow r'$
  if s is not null **then**
    increment $N_s[s]$
    $U[s] \leftarrow U[s] + \alpha(N_s[s])(r + \gamma U[s'] - U[s])$
  if s'.TERMINAL? **then** $s, a, r \leftarrow$ **null else** $s, a, r \leftarrow s', \pi[s'], r'$
  return a

Utile si on veut varier le taux d'apprentissage

Apprentissage par différence temporelle



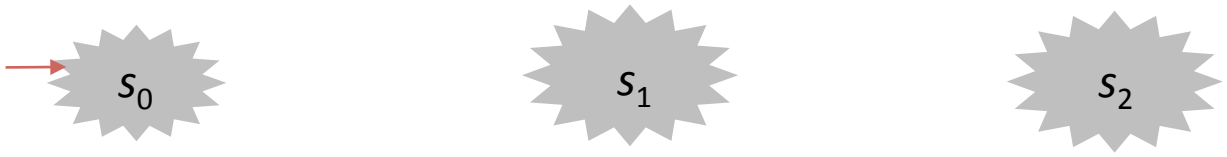
- Initialisation

$V(s_0) = 0$
$V(s_1) = 0$
$V(s_2) = 0$

} si on connaît $R(s)$, on peut tout initialiser $V(s)$ à $R(s)$

- On va utiliser $\alpha = 0.1$

Apprentissage par différence temporelle

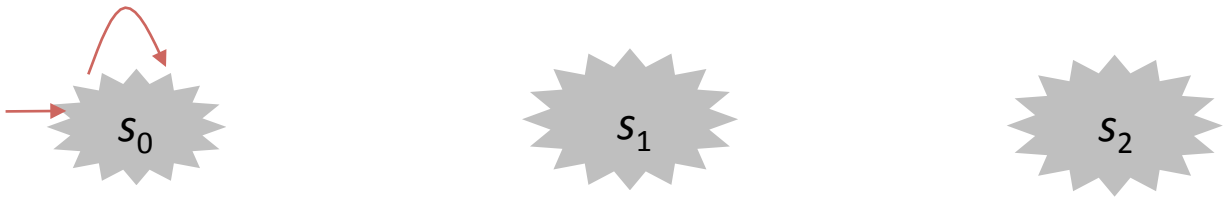


- Observations: $(s_0)_{-0.1}$

  $V(s_0) \leftarrow -0.1$ ← parce que s_0 est visité pour la première fois
  $V(s_1) = 0$
  $V(s_2) = 0$

- On va utiliser $\alpha = 0.1$

Apprentissage par différence temporelle



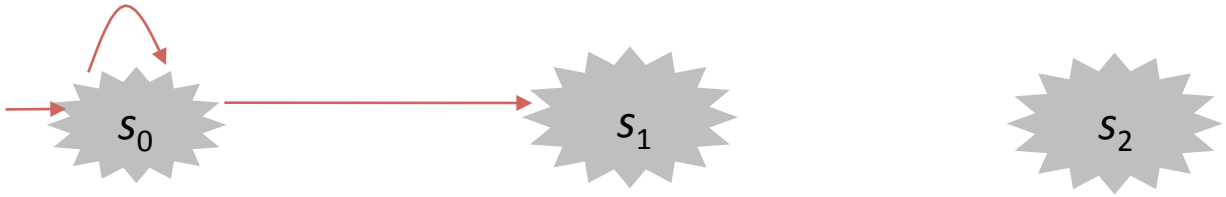
- Observations: $(s_0)_{-0.1} \rightarrow (s_0)_{-0.1}$

$$V(s_0) \leftarrow V(s_0) + 0.1\,(R(s_0) + 0.5\,V(s_0) - V(s_0))$$
$$= -0.1 + 0.1\,(-0.1 - 0.05 + 0.1)$$
$$= -0.105$$

$V(s_1) = 0$

$V(s_2) = 0$

Apprentissage par différence temporelle



- Observations: $(s_0)_{-0.1} \rightarrow (s_0)_{-0.1} \rightarrow (s_1)_{-0.1}$

  $V(s_1) \leftarrow -0.1$ ← parce que s_1 est visité pour la première fois

---

$V(s_0) \leftarrow V(s_0) + 0.1\,(R(s_0) + 0.5\,V(s_1) - V(s_0))$

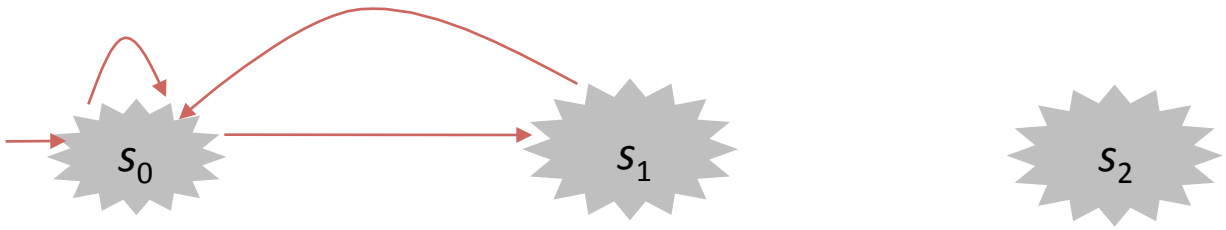
$= -0.105 + 0.1\,(-0.1 - 0.05 + 0.105)$

$= -0.1095$

$V(s_1) = -0.1$

$V(s_2) = 0$

Apprentissage par différence temporelle



- Observations: $(s_0)_{-0.1} \rightarrow (s_0)_{-0.1} \rightarrow (s_1)_{-0.1} \rightarrow (s_0)_{-0.1}$

$V(s_0) = -0.1095$

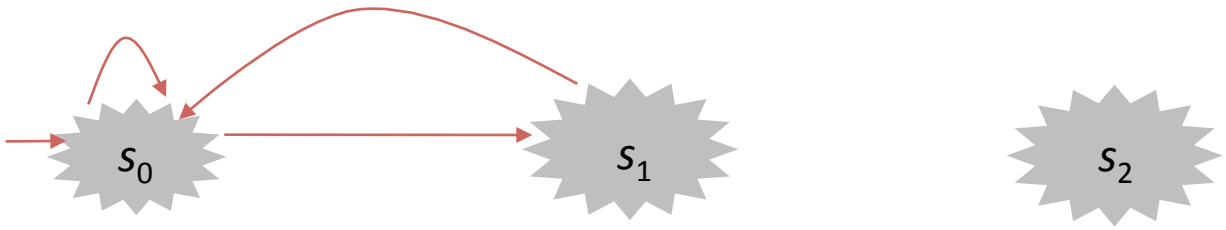
$V(s_1) \leftarrow V(s_1) + 0.1\,(R(s_1) + 0.5\,V(s_0) - V(s_1))$

$= -0.1 + 0.1\,(-0.1 - 0.05475 + 0.1)$

$= -0.105475$

$V(s_2) = 0$

Apprentissage par différence temporelle



- Observations: $(s_0)_{-0.1} \rightarrow (s_0)_{-0.1} \rightarrow (s_1)_{-0.1} \rightarrow (s_0)_{-0.1} \rightarrow (s_1)_{-0.1}$

$V(s_0) \leftarrow V(s_0) + 0.1\,(R(s_0) + 0.5\,V(s_1) - V(s_0))$

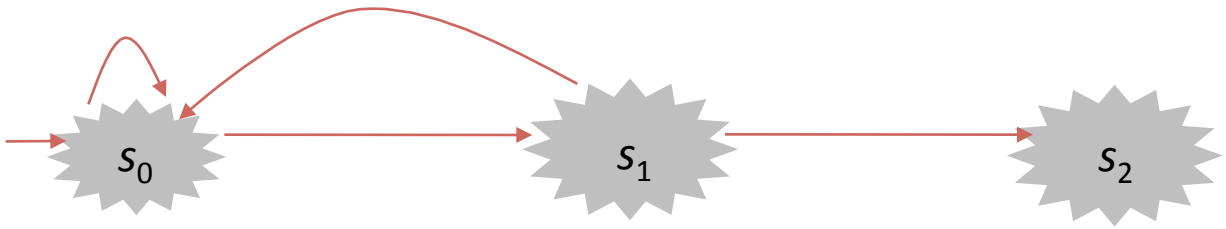
$= -0.1095 + 0.1\,(-0.1 - 0.0527375 + 0.1095)$

$= -0.11382375$

$V(s_1) = -0.105475$

$V(s_2) = 0$

Apprentissage par différence temporelle



- Observations: $(s_0)_{-0.1} \rightarrow (s_0)_{-0.1} \rightarrow (s_1)_{-0.1} \rightarrow (s_0)_{-0.1} \rightarrow (s_1)_{-0.1} \rightarrow (s_2)_{1}$ fin de l'essai

  $V(s_2) \leftarrow 1$ ← parce que s_2 est visité pour la première fois

---

$V(s_0) = -0.11382375$

$V(s_1) \leftarrow V(s_1) + 0.1\,(R(s_1) + 0.5\,V(s_2) - V(s_1))$

$= -0.105475 + 0.1\,(1 + 0.5 + 0.105475)$

$= 0.0550725$

$V(s_2) = 1$

Apprentissage par renforcement actif

- Dans le cas **passif**, le plan à suivre est pré-déterminé
  - peu utile si on ne connaît pas le plan optimal à suivre

- Dans le cas **actif**, l'agent doit aussi chercher le plan optimal
  - l'agent doit **simultanément** chercher le plan optimal et sa fonction de valeur
  - ***V*(*s*) est maintenant une estimation de la fonction de valeur du plan optimal**

- Dans le cas PDA, deux changements sont à faire
  - on applique ***value iteration*** au MPD estimé (c.-à-d. on résout les équations pour la **politique optimale**)
  - l'action choisie par l'agent devient

$$\pi(s) = \underset{a \in A(s)}{\operatorname{argmax}} \sum_{s' \in S} P(s'|s,a)\, V(s')$$

Appentissage actif avec PDA

ACTIVE

function ~~PASSIVE~~-ADP-AGENT(*percept*) returns an action

inputs: *percept*, a percept indicating the current state s' and reward signal r'

persistent: π, a fixed policy

mdp, an MDP with model P, rewards R, discount γ

U, a table of utilities, initially empty

N_{sa}, a table of frequencies for state–action pairs, initially zero

$N_{s'|sa}$, a table of outcome frequencies given state–action pairs, initially zero

s, a, the previous state and action, initially null

if s' is new then $U[s'] \leftarrow r'$; $R[s'] \leftarrow r'$

if s is not null then

increment $N_{sa}[s,a]$ and $N_{s'|sa}[s',s,a]$

for each t such that $N_{s'|sa}[t,s,a]$ is nonzero do

$P(t \mid s,a) \leftarrow N_{s'|sa}[t,s,a] \,/\, N_{sa}[s,a]$

$U \leftarrow$ POLICY-EVALUATION(π, U, *mdp*)

if s'.TERMINAL? then $s, a \leftarrow$ null else $s, a \leftarrow s', \pi[s']$

return a

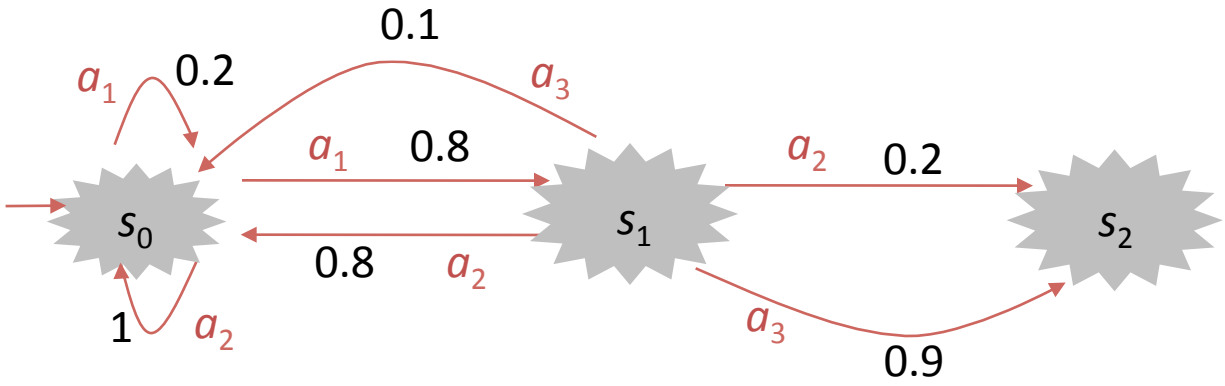
Value iteration

$V(s) = R(s) + \max_a \gamma \sum_{s' \in S} P(s'|s,a)\, V(s')$

$\leftarrow \operatorname{argmax}_{a \in A(s)} \sum_{s \in S} P(s|s',a)\, V(s)$

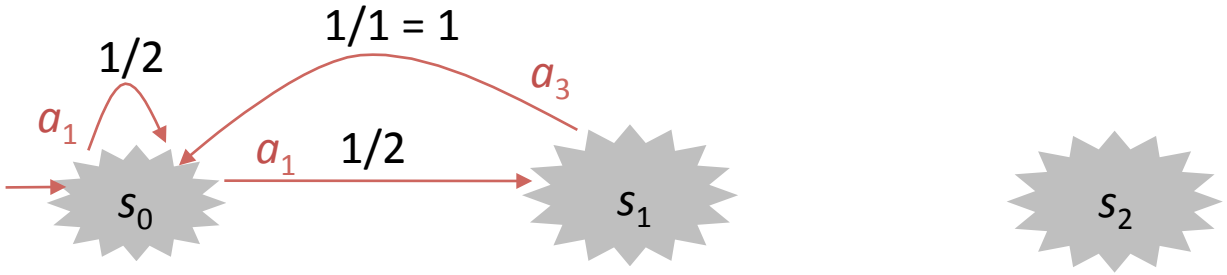
Appentissage actif avec PDA

- Rappel de l'exemple



- On a des actions possibles différentes, pour chaque état
  - $A(s_0) = \{a_1, a_2\}$
  - $A(s_1) = \{a_2, a_3\}$
  - $A(s_2) = \{\}$

Approche par programmation dynamique adaptative



- Observations: $(s_0)_{-0.1} \rightarrow (s_0)_{-0.1} \rightarrow (s_1)_{-0.1} \rightarrow (s_0)_{-0.1}$

$V(s_0) = -0.1 + 0.5 \max\{ 0.5\ V(s_0) + 0.5\ V(s_1), 0 \}$
$V(s_1) = -0.1 + 0.5 \max\{ V(s_0), 0\}$
$V(s_2) = 1$

value iteration →

$V(s_0) = -0.1$
$V(s_1) = -0.1$
$V(s_2) = 1$

- Pour choisir quelle action prendre, on compare
  - $\Sigma_{s \in S} P(s|s',a_2)\ V(s) = 0$ (puisque $P(s|s',a_2)$ pas appris encore pour a_2)
  - $\Sigma_{s \in S} P(s|s',a_1)\ V(s) = 0.5\ V(s_0) + 0.5\ V(s_1) = -0.1$
- **L'action choisie par l'agent est donc a_2**

Dilemme exploration vs. exploitation

- L'approche précédente est dite **vorace (gloutonne)**
  - elle met à jour le plan suivi par celui qui est optimal **maintenant**
  - en d'autres mots, **elle exploite le plus possible** l'information recueilli jusqu'à maintenant

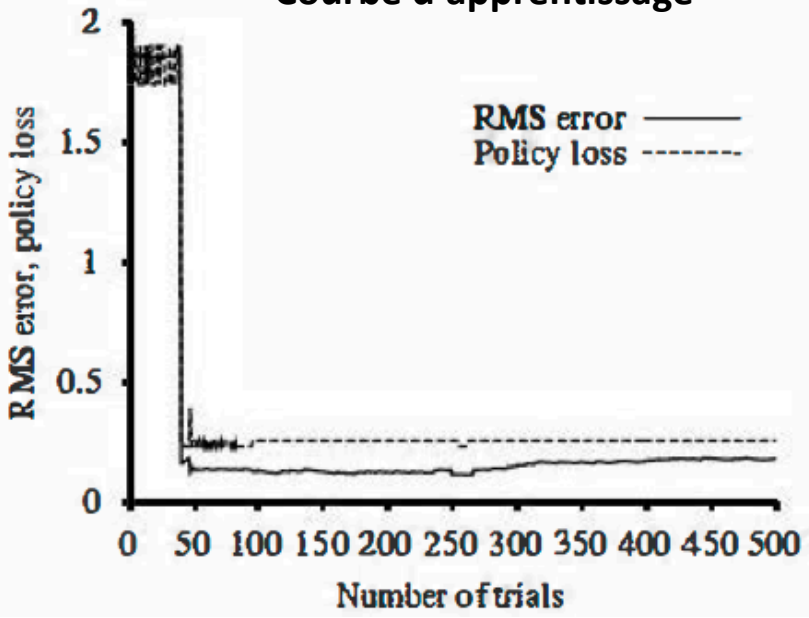
- Les approches voraces trouvent rarement le plan optimal
  - elles ne tiennent pas compte du fait que l'**information accumulée jusqu'à maintenant est partielle**
  - en d'autres mots, elles ne considèrent pas la possibilité d'**explorer l'environnement** plus longuement, pour amasser plus d'information sur celui-ci

- Un parallèle similaire existe entre le *hill-climbing* et le *simulated annealing* en recherche locale

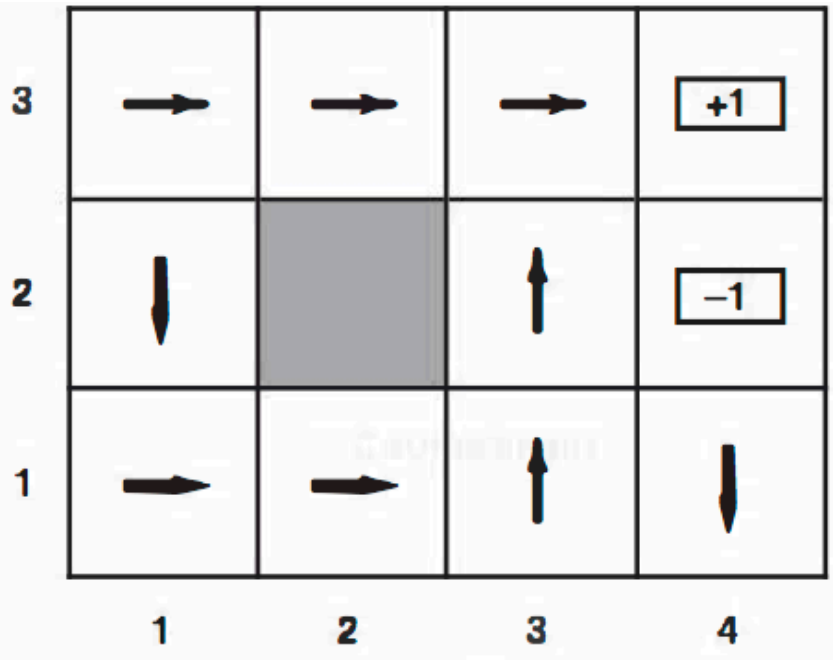
Dilemme exploration vs. exploitation

- Exemple: cas où l'action « ↑ » n'a jamais été exécutée à l'état (1,2)
- L'agent ne sait pas que ça mène à (1,3), qui mène à un chemin plus court!

Courbe d'apprentissage



Plan découvert



Dilemme exploration vs. exploitation

- **Trop exploiter** mène à des plans non optimaux
- **Trop explorer** ralentit l'apprentissage inutilement
- Trouver la balance optimale entre l'exploration et l'exploitation est un problème ouvert en général
- Des stratégies d'exploration/exploitation optimales existent seulement dans des cas très simples
  - voir le cas du *n-armed bandit* dans le livre, p. 841

Dilemme exploration vs. exploitation

- On se contente donc d'heuristiques en pratique

- Exemple: introduction d'une **fonction d'exploration** $f(u,n)$
  - cette fonction augmente artificiellement la récompense future d'actions inexplorées
- L'approche par PDA basée sur *value iteration* ferait les mises à jour

$$V'(s) = R(s) + \max \gamma f\left(\Sigma_{s' \in S} P(s'|s,a)\ V(s'), N(s,a) \right)$$

où $N(s,a)$ est le nombre de fois que l'action a a été choisie à l'état s et

$$f(u,n) = \begin{cases} R^+ & \text{si } n < N_e \\ u & \text{sinon} \end{cases}$$

estimation optimiste de récompense future (hyper-paramètre)

- Garantit que a sera choisie dans s au moins N_e fois durant l'apprentissage

Apprentissage actif par différence temporelle

- Dans le cas de l'apprentissage TD, l'approche active vorace utiliserait aussi le plan

$$\pi(s) = \underset{a}{\operatorname{argmax}} \Sigma_{s' \in S} P(s'|s,a)\, V(s')$$

- Par contre, l'approche TD passive n'estime pas $P(s'|s,a)$

- En mode actif, on pourrait apprendre $P(s'|s,a)$ en plus de $V(s')$

Apprentissage actif avec Q-learning

- Peut-on éviter l'apprentissage de $P(s'|s,a)$?
- Une alternative est d'apprendre une **fonction action-valeur** $Q(s,a)$
  - on n'apprend plus $V(s)$, soit la somme espérée des renforcements à partir de s jusqu'à la fin pour la politique optimale
  - on apprend plutôt $Q(s,a)$, soit la somme espérée des renforcements à partir de s **et l'exécution de a**, jusqu'à la fin pour la politique optimale
  - le lien entre $Q(s,a)$ et $V(s)$ est que $V(s) = \max_a Q(s,a)$
- Le plan de l'agent est alors $\pi(s) = \text{argmax}\, Q(s,a)$
  - plus besoin d'estimer $P(s'|s,a)$ et $V(s)$ séparément
- On appelle cette approche ***Q-learning***

Apprentissage actif avec Q-learning

- Selon la définition de $Q(s,a)$, on a

$$Q(s,a) = R(s) + \gamma \sum_{s' \in S} P(s'|s,a) \max_{a'} Q(s',a')$$

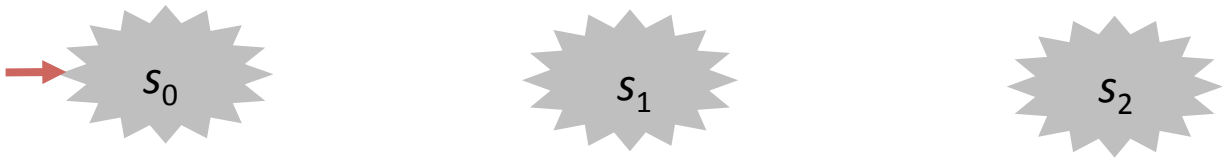
- Comme pour l'approche TD, on traduit cette équation en la mise à jour

$$Q(s,a) \leftarrow Q(s,a) + \alpha \left(R(s) + \gamma \max_{a'} Q(s',a') - Q(s,a) \right)$$

- On voit la similarité avec l'approche TD initiale

$$V(s) \leftarrow V(s) + \alpha \left(R(s) + \gamma V(s') - V(s) \right)$$

Apprentissage actif avec Q-learning

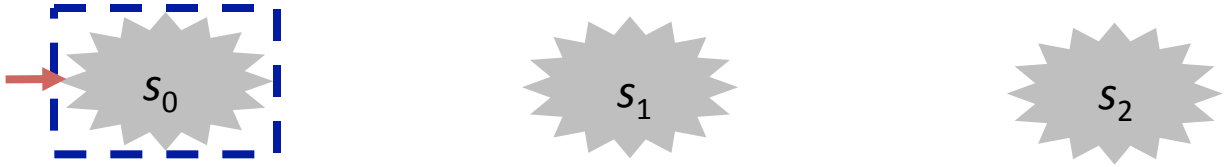


- Initialisation:

$Q(s_0,a_1) = 0$ $\quad$ $Q(s_0,a_2) = 0$
$Q(s_1,a_2) = 0$ $\quad$ $Q(s_1,a_3) = 0$
$Q(s_2,\text{None}) = 0$

- On va utiliser $\alpha = 1$, $\gamma = 0.5$

Apprentissage actif avec Q-learning

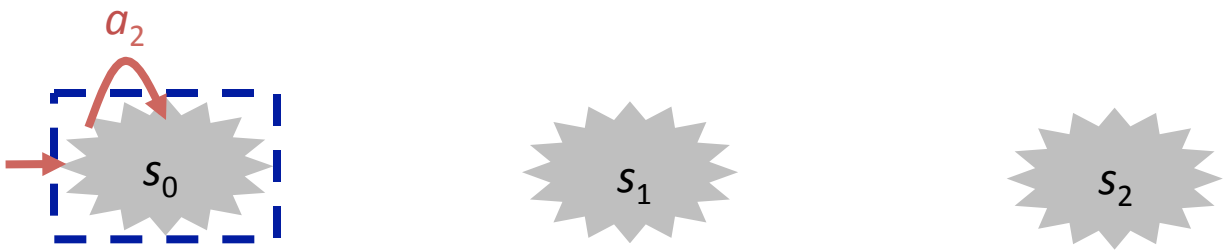


- Observations: (s_0) $_{-0.1}$

On ne fait rien (on a besoin d'un triplet (s, a, s'))

- Action à prendre $\pi(s_0)$ = argmax{ $Q(s_0,a_1)$, $Q(s_0,a_2)$ }
  = argmax{ 0, 0 }
  = a_2 (arbitraire, ça aurait aussi pu être a_1)

Apprentissage actif avec Q-learning

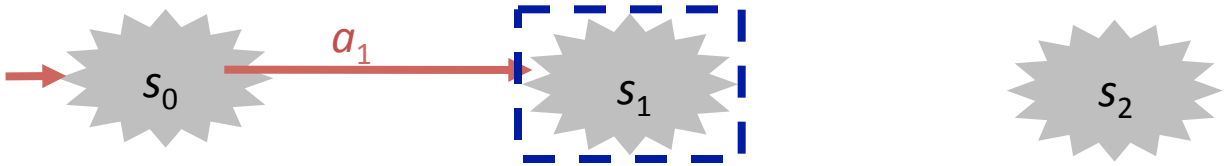


- Observations: $(s_0)_{-0.1} \xrightarrow{a_2} (s_0)_{-0.1}$

$$Q(s_0,a_2) \leftarrow Q(s_0,a_2) + \alpha \left(R(s_0) + \gamma \max\{ Q(s_0,a_1), Q(s_0,a_2)\} - Q(s_0,a_2) \right)$$
$$= 0 + 1 (-0.1 + 0.5 \max\{ 0, 0\} - 0)$$
$$= -0.1$$

- Action à prendre $\pi(s_0) = \text{argmax}\{ Q(s_0,a_1), Q(s_0,a_2) \}$
$= \text{argmax}\{ 0, -0,1 \}$
$= a_1$ **(changement de politique!)**

Apprentissage actif avec Q-learning

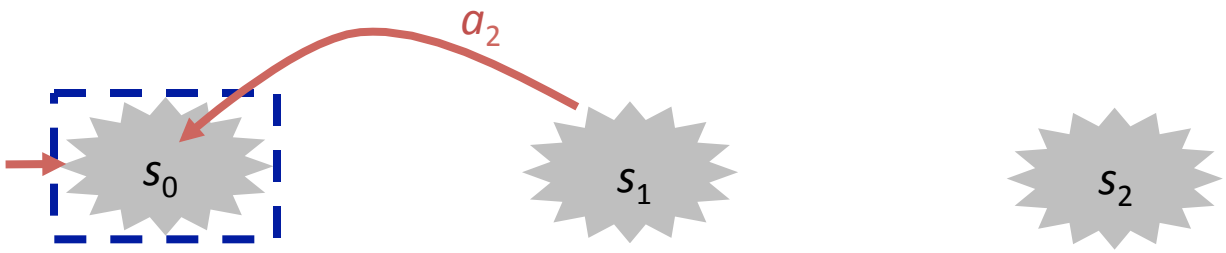


- Observations: (s_0) $\xrightarrow[-0.1]{a_2}$ (s_0) $\xrightarrow[-0.1]{a_1}$ (s_1) $_{-0.1}$

$$Q(s_0,a_1) \leftarrow Q(s_0,a_1) + \alpha \left(R(s_0) + \gamma \max\{ Q(s_1,a_2), Q(s_1,a_3)\} - Q(s_0,a_1) \right)$$
$$= 0 + 1 \left(-0.1 + 0.5 \max\{ 0, 0\} - 0 \right)$$
$$= -0.1$$

- Action à prendre $\pi(s_1)$ $= \text{argmax}\{ Q(s_1,a_2), Q(s_1,a_3) \}$
$= \text{argmax}\{ 0, 0 \}$
$= a_2$ (arbitraire, ça aurait aussi pu être a_3)

Apprentissage actif avec Q-learning

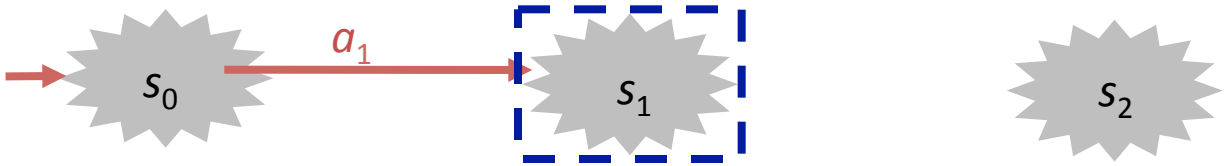


- Observations: (s_0) $\xrightarrow[-0.1]{a_2}$ (s_0) $\xrightarrow[-0.1]{a_1}$ (s_1) $\xrightarrow[-0.1]{a_2}$ (s_0) $_{-0.1}$

$$Q(s_1,a_2) \leftarrow Q(s_1,a_2) + \alpha \left(R(s_1) + \gamma \max\{ Q(s_0,a_1), Q(s_0,a_1)\} - Q(s_1,a_2) \right)$$
$$= 0 + 1 (-0.1 + 0.5 \max\{ -0.1, -0.1\} + 0)$$
$$= -0.15$$

- Action à prendre $\pi(s_0)$ $= \text{argmax}\{ Q(s_0,a_1), Q(s_0,a_1) \}$
$= \text{argmax}\{ -0.1, -0.1 \}$
$= a_1$ (arbitraire, ça aurait aussi pu être a_2)

Apprentissage actif avec Q-learning

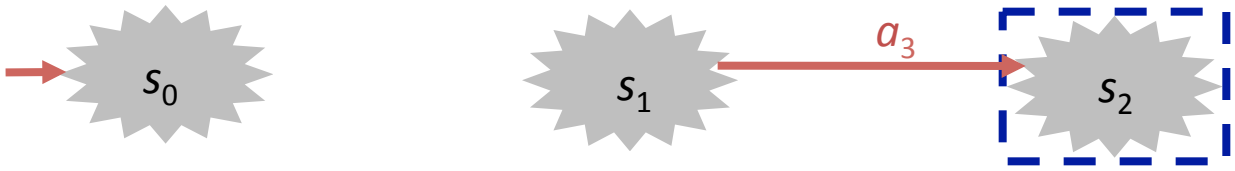


- Observations: $(s_0)\ {}_{-0.1} \xrightarrow{a_2} (s_0)\ {}_{-0.1} \xrightarrow{a_1} (s_1)\ {}_{-0.1} \xrightarrow{a_3} (s_0)\ {}_{-0.1} \xrightarrow{a_1} (s_1)\ {}_{-0.1}$

  $Q(s_0,a_1) \leftarrow Q(s_0,a_1) + \alpha\ (\ R(s_0) + \gamma \max\{\ Q(s_1,a_2),\ Q(s_1,a_3)\} - Q(s_0,a_1)\ )$
  $= -0.1 + 1\ (\ -0.1 + 0.5 \max\{\ -0.15,\ 0\ \} + 0.1)$
  $= -0.1$

- Action à prendre $\pi(s_1) = \text{argmax}\{\ Q(s_1,a_2),\ Q(s_1,a_3)\ \}$
  $= \text{argmax}\{\ -0.15,\ 0\ \}$
  $= a_3$ **(changement de politique!)**

Apprentissage actif avec Q-learning



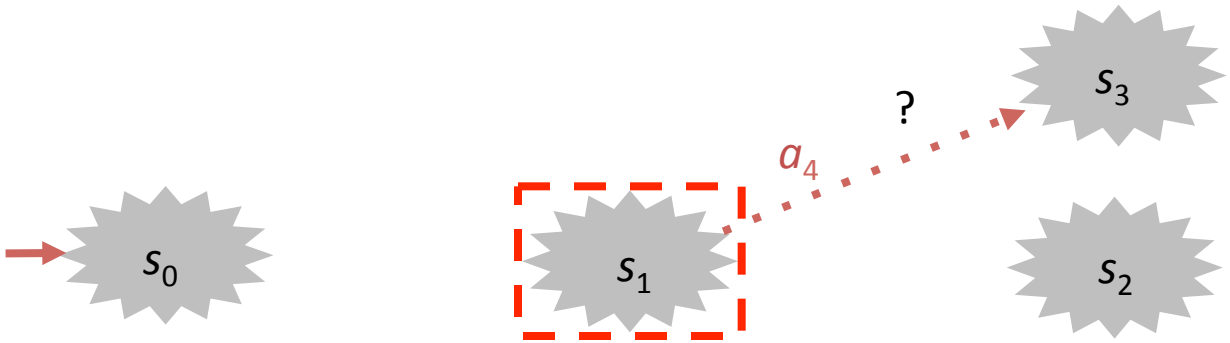
- Observations: $(s_0)\ _{-0.1} \xrightarrow{a_2} (s_0)\ _{-0.1} \xrightarrow{a_1} (s_1)\ _{-0.1} \xrightarrow{a_3} (s_0)\ _{-0.1} \xrightarrow{a_1} (s_1)\ _{-0.1} \xrightarrow{a_3} (s_2)\ _{1}$

  État terminal: $Q(s_2,\text{None}) = 1$

  $Q(s_1,a_3) \leftarrow Q(s_1,a_3) + \alpha\ (\ R(s_1) + \gamma \max\{\ Q(s_2,\text{None})\ \} - Q(s_1,a_3)\ )$
  $= 0 + 1\ (\ -0.1 + 0.5 \max\{\ 1\ \} + 0)$
  $= 0.4$

- On recommence un nouvel essai...

Apprentissage actif avec Q-learning



- Supposons qu'on peut aussi faire l'action a_4 à l'état s_1, pour mener à s_3 tel que $R(s_3) = 1000$

- Puisque $Q(s_1,a_4) = 0$ à l'initialisation, et que $Q(s_1,a_3) > 0$ après un essai, une approche vorace n'explorera jamais s_3!

- Demo: http://www.cs.ubc.ca/~poole/demos/rl/q.html

Apprentissage actif avec Q-learning

- On peut également contrôler la balance entre l'exploration et l'exploitation dans *Q-learning*

function Q-LEARNING-AGENT(*percept*) **returns** an action
  inputs: *percept*, a percept indicating the current state s' and reward signal r'
  persistent: Q, a table of action values indexed by state and action, initially zero
    N_{sa}, a table of frequencies for state–action pairs, initially zero
    s, a, r, the previous state, action, and reward, initially null

  if TERMINAL?(s') **then** $Q[s', None] \leftarrow r'$
  if s is not null **then**
    increment $N_{sa}[s, a]$
    $Q[s, a] \leftarrow Q[s, a] + \alpha(N_{sa}[s, a])(r + \gamma \max_{a'} Q[s', a'] - Q[s, a])$
  $s, a, r \leftarrow s', \underbrace{\text{argmax}_{a'} f(Q[s', a'], N_{sa}[s', a']), r'}$
  return a

La fonction d'exploration f contrôle la balance via N_e

Apprentissage actif par la méthode de recherche de plan/politique

- Toute les méthodes vues jusqu'à maintenant dérivent leur plan/politique à partir d'une fonction de valeur ou action-valeur
  - les méthodes diffèrent seulement dans la fasse d'estimer ces fonctions

- Pourquoi ne pas optimiser directement par rapport au plan π de l'agent
  - soit s_0 l'état initial
  - **problème d'optimisation à résoudre**: trouver π dont la valeur $V(s_0)$ est la plus grande
  - on ne connaît pas $P(s'|s, \pi(s))$, donc on ne peut pas calculer $V(s_0)$ directement
  - par contre, chaque essai donne une estimation stochastique $V(s_0)$

- C'est ce qu'on appelle la **recherche de plan/politique** (*policy search*)

Apprentissage actif par la méthode de recherche de plan/politique

- Exemple de la grille 3 x 4 ($\gamma = 1$)
  - soit l'essai (simulation) obtenu en suivant π

$$(1,1)_{-.04} \rightarrow (1,2)_{-.04} \rightarrow (1,3)_{-.04} \rightarrow (1,2)_{-.04} \rightarrow (1,3)_{-.04} \rightarrow (2,3)_{-.04} \rightarrow (3,3)_{-.04} \rightarrow (4,3)_{+1}$$

  - alors on sait que $V(s_0) \approx 7 \times -0.04 + 1 = 0.72$

- Approche de recherche de politique par *hill-climbing*
  - répéter durant T itérations
    1. $V(s_0) \leftarrow$ résultat de l'essai obtenu en suivant π
    2. pour chaque politique π' voisine de π (successeur)
       a. $v \leftarrow$ résultat de l'essai obtenu en suivant π'
       b. si $v > V(s_0)$
          i. $V(s_0), \pi \leftarrow v, \pi'$

Apprentissage actif par la méthode de recherche de plan/politique

- Pourrait générer les politiques successeures π' en considérant tous les changements possibles d'une seule action, pour un seul état
  - ex.:

$\pi(s_0) = a_1, \pi(s_1) = a_3$ —successeures→ $\begin{cases} \boldsymbol{\pi'(s_0) = a_2}, \pi'(s_1) = a_3 \\ \text{ou} \\ \pi'(s_0) = a_1, \boldsymbol{\pi'(s_1) = a_2} \end{cases}$

- Peut bien fonctionner seulement si l'espace des états et d'actions est petit

- L'apprentissage sera lent s'il y a beaucoup de variations stochastiques possibles
  - ex.: nos chances de gagner au Poker dépendent beaucoup des cartes que l'on pige

Apprentissage actif par la méthode de recherche de plan/politique

- Si on peut **contrôler les variations d'une simulation à l'autre**, on peut accélérer l'apprentissage
- Si on a accès au générateur de nombres aléatoires, on peut l'initialiser au même état avant chaque simulation
- Dans le cas d'un jeu de carte, les mêmes cartes seraient pigées dans le même ordre
- C'est l'idée derrière l'algorithme **PEGASUS**, utilisé pour apprendre des manoeuvres acrobatiques à l'aide d'un hélicoptère
  - voir http://heli.stanford.edu/ pour des vidéos de démonstration

Généralisation en apprentissage par renforcement

- Jusqu'à maintenant, on a supposé que les fonctions de valeur ou action-valeur étaient représentées sous forme de tableau

s	$V(s)$
s_0	-0.2
s_1	-0.1
s_2	3
...	...

- Cela pose deux problèmes
  - pas pratique lorsque l'espace d'états S est immense
  - impossible de **généraliser** à un état s_i jamais visité jusqu'à maintenant

Généralisation en apprentissage par renforcement

- Exemple: poker

s	$V(s)$
« quatre As, un roi de pique »	10.1
« quatre As, un trois de coeur »	9.9
« quatre As, un dix de carreau »	?
…	…

- Le fait qu'on ait quatre As est le facteur déterminant de la valeur de sa main
  - on voudrait généraliser cette observation à toutes mains avec quatre As, quelque soit la cinquième carte

Généralisation à l'aide d'approximateur de fonction

- Idée: remplacer la table $V(s)$ par une fonction linéaire $V_{\boldsymbol{\theta}}(s)$ avec
  - des **caractéristiques** $f_i(s)$ décrivant l'état s
  - des **paramètres** θ_i à apprendre

$$V_\theta(s) = \theta_1 f_1(s) + \theta_2 f_2(s) + \theta_3 f_3(s) + \ldots + \theta_n f_n(s)$$

- Exemple de caractéristique pour le poker:

$$f_i(s) = \begin{cases} 1 & \text{si } s \text{ est une main avec quatre As} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

- L'apprentissage vise à **trouver la valeur des paramètres θ_i tels que $V_{\boldsymbol{\theta}}(s)$ est proche de $V(s)$**, pour tout état s

Généralisation à l'aide d'approximateur de fonction

- **Application à l'apprentissage TD**

$$V(s) \leftarrow V(s) + \alpha \, (\underbrace{R(s) + \gamma \, V(s') - V(s)}_{\text{peut être vu comme } \frac{\partial \, Loss}{\partial \, V(s)}})$$

- On dérive une règle d'apprentissage comme avec la règle de chaînage

$$\theta_i \leftarrow \theta_i + \alpha \, (\underbrace{R(s) + \gamma \, V_\theta(s') - V_\theta(s)}_{\frac{\partial \, Loss}{\partial \, V_\theta(s)}}) \underbrace{f_i(s)}_{\frac{\partial V_\theta(s)}{\partial \, \theta_i}}$$

Généralisation à l'aide d'approximateur de fonction

- **Application au Q-learning**
  - on utiliser des caractéristiques de paires (état,action)

$$Q_\theta(s,a) = \theta_1 f_1(s,a) + \theta_2 f_2(s,a) + \theta_3 f_3(s,a) + \ldots + \theta_n f_n(s,a)$$

ex.: $f_1(s,a) = 1$ si main avec 4 As et action a est « *all in* »

- On dérive la règle d'apprentissage similairement

$$\theta_i \leftarrow \theta_i + \alpha \underbrace{(R(s) + \gamma \max Q_\theta(s',a') - Q_\theta(s,a))}_{\frac{\partial\, Loss}{\partial\, Q_\theta(s,a)}} \underbrace{f_i(s)}_{\frac{\partial Q_\theta(s,a)}{\partial\, \theta_i}}$$

Généralisation à l'aide d'approximateur de fonction

- **Application à l'approche PDA**
  - on utilise une fonction pour modéliser les probabilités $P(s'|s,a)$

$$P(s'|s,a) \propto \exp(\theta_1 f_1(s',s,a) + \theta_2 f_2(s',s,a) + \theta_3 f_3(s',s,a) + ... + \theta_n f_n(s',s,a))$$

  - possible de définir un coût approprié et d'en dériver un gradient
    - » c'est un problème d'apprentissage supervisé
    - » on doit prédire la cible s' étant donnée l'entrée constituée de s et de a

- Possible d'appliquer à la recherche de plan/politique
  - voir section 21.5 du livre

Généralisation à l'aide d'approximateur de fonction

- Exemple d'application: **IA pour le backgammon** (*TD-Gammon*)
  - idée: modéliser la fonction de (action-)valeur **à l'aide d'un réseau de neurones**
    - » plus puissant qu'une fonction linéaire
  - première approche: demander à des experts de founir les cibles à prédire
    - » approche d'apprentissage supervisée, et non par renforcement
    - » **problème**: difficile pour un expert de déterminer des cibles
    - » **résultat**: n'est pas compétitif contre un humain
  - deuxième approche: apprentissage TD actif avec réseau de neurones
    - » le réseau de neurones **joue contre lui-même** pendant plusieurs jours (300 000 parties!)
    - » **résultat**: compétitif par rapport aux trois meilleurs joueurs du monde!

Conclusion

- L'apprentissage par renforcement permet d'apprendre dans un environnement séquentiel
  - l'apprentissage supervisé souvent limité aux environnements périodiques
- C'est un domaine de recherche très actif
  - il y a de plus en plus d'applications impressionnantes
  - mais nous sommes loin d'une IA réelle
- L'apprentissage par renforcement est plus difficile lorsque la récompense est lointaine (ex.: à la toute fin d'une partie)
  - **problème d'assignation de crédit** (*credit assignment*)
    - » est-ce que me victoire est due à mon premier coup? mon dernier? les deux?
  - on ajoute parfois des renforcements positifs intermédiaires appropriés
    - » désavantage: demande de l'expertise

Vous devriez être capable de...

- Distinguer l'apprentissage par renforcement **passif** vs. **actif**
- Simuler les algorithmes passifs
  - estimation directe
  - programmation dynamique adaptative (PDA)
  - différence temporelle (TD)
- Simuler les algorithmes actifs
  - PDA actif
  - *Q-learning*
  - recherche de plan/politique
- Savoir comment on traite le dilemme exploration vs. exploitation
- Savoir ce qu'est l'approximation de fonction et à quoi ça sert