Dérivées

- On peut obtenir de l'information sur la variation d'une fonction via sa **dérivée**

$$f'(x) = \frac{df(x)}{dx} = \lim_{\Delta \to 0} \frac{f(x+\Delta) - f(x)}{\Delta}$$

- Le signe de la dérivée est la **direction d'augmentation** de f
  - signe positif indique que $f(x)$ augmente lorsque x augmente
  - signe négatif indique que $f(x)$ diminue lorsque x augmente

- La valeur absolue de la dérivée est le **taux d'augmentation** de f

- Plutôt que d, je vais utiliser le symbole ∂

Hugo Larochelle et Froduald Kabanza

Dérivées

- Les dérivées usuelles les plus importantes sont les suivantes:

$$\frac{\partial a}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial x^n}{\partial x} = n x^{n-1}$$

$$\frac{\partial \log(x)}{\partial x} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{\partial \exp(x)}{\partial x} = \exp(x)$$

a et n sont des constantes

Dérivées

- On peut obtenir des dérivées de composition de fonctions

$$\frac{\partial a f(x)}{\partial x} = a \frac{\partial f(x)}{\partial x}$$

$$\frac{\partial f(x)^n}{\partial x} = n f(x)^{n-1} \frac{\partial f(x)}{\partial x}$$

$$\frac{\partial \exp(f(x))}{\partial x} = \exp(f(x)) \frac{\partial f(x)}{\partial x}$$

$$\frac{\partial \log(f(x))}{\partial x} = \frac{1}{f(x)} \frac{\partial f(x)}{\partial x}$$

a et n sont des constantes

Dérivées

- Exemple 1: $f(x) = 3x^4$

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = \frac{\partial 3x^4}{\partial x} = 3\frac{\partial x^4}{\partial x} = 12x^3$$

Dérivées

- Exemple 2: $f(x) = \exp\left(\frac{x^2}{3}\right)$

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = \frac{\partial \exp\left(\frac{x^2}{3}\right)}{\partial x} = \exp\left(\frac{x^2}{3}\right) \frac{\partial \frac{x^2}{3}}{\partial x}$$

$$= \frac{1}{3} \exp\left(\frac{x^2}{3}\right) \frac{\partial x^2}{\partial x} = \frac{2}{3} \exp\left(\frac{x^2}{3}\right) x$$

Dérivées

- Pour des combinaisons plus complexes:

$$\frac{\partial g(x) + h(x)}{\partial x} = \frac{\partial g(x)}{\partial x} + \frac{\partial h(x)}{\partial x}$$

$$\frac{\partial g(x)h(x)}{\partial x} = \frac{\partial g(x)}{\partial x} h(x) + g(x) \frac{\partial h(x)}{\partial x}$$

$$\frac{\partial \frac{g(x)}{h(x)}}{\partial x} = \frac{\partial g(x)}{\partial x} \frac{1}{h(x)} - \frac{g(x)}{h(x)^2} \frac{\partial h(x)}{\partial x}$$

Hugo Larochelle et Froduald Kabanza

Dérivées

- Exemple 3: $f(x) = x\exp(x)$

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = \frac{\partial x}{\partial x}\exp(x) + x\frac{\partial \exp(x)}{\partial x}$$

$$= \exp(x) + x\exp(x)$$

Dérivées

- Exemple 4: $f(x) = \frac{\exp(x)}{x}$

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = \frac{\partial \exp(x)}{\partial x}\frac{1}{x} - \frac{\exp(x)}{x^2}\frac{\partial x}{\partial x}$$

$$= \frac{\exp(x)}{x} - \frac{\exp(x)}{x^2}$$

Dérivées

- Exemple 4: $f(x) = \dfrac{\exp(x)}{x}$

dérivation alternative!

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = \frac{\partial \exp(x)}{\partial x} \frac{1}{x} + \exp(x) \frac{\partial \frac{1}{x}}{\partial x}$$

$$= \frac{\exp(x)}{x} - \frac{\exp(x)}{x^2}$$