

# Méthode *hill-climbing*

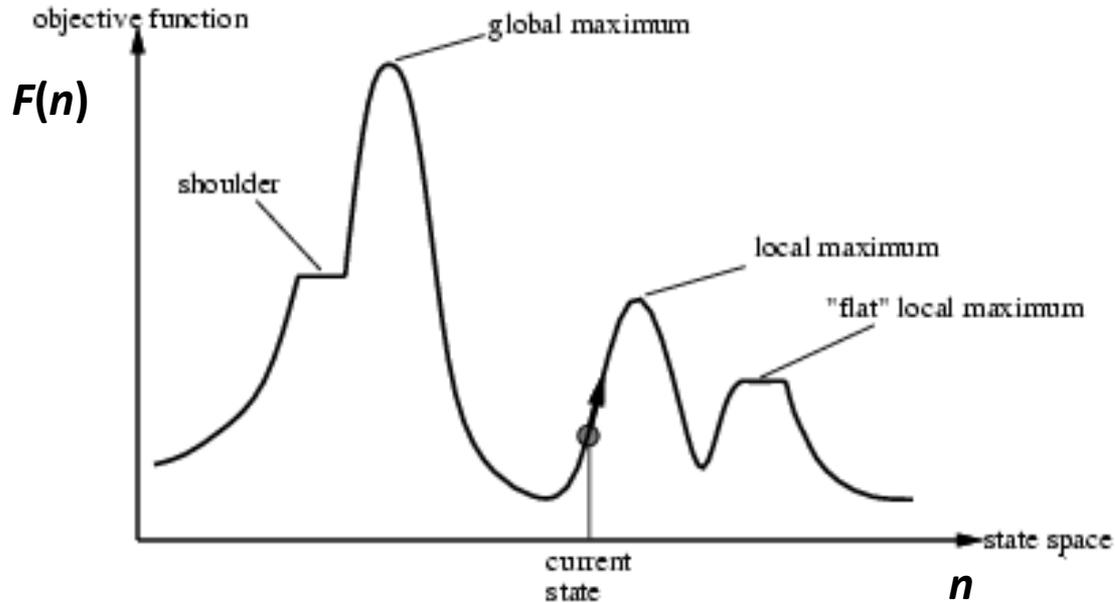
- Entrées :
  - ◆ nœud initial
  - ◆ fonction objectif à optimiser (notée  $F(n)$  dans les algorithmes)
  - ◆ fonction générant des nœuds successeurs (voisins)
- Méthode :
  - ◆ le nœud courant est initialisé au nœud initial
  - ◆ itérativement, le nœud courant est comparé à ses successeurs (voisins) immédiats
    - » **le meilleur voisin  $n'$**  ayant la plus grande valeur  $F(n')$  et tel que  $F(n') > F(n)$  devient le nœud courant
    - » **si un tel voisin n'existe pas, on arrête** et on retourne le nœud courant comme solution

# Algorithme *hill-climbing*

**Algorithme** HILL-CLIMBING(*noeudInitial*) // *cette variante maximise*

1. déclarer deux nœuds :  $n, n'$
2.  $n = \text{noeudInitial}$
3. tant que (1) // *la condition de sortie (exit) est déterminée dans la boucle*
  4.  $n' = \text{noeud successeur de } n \text{ ayant la plus grande valeur } F(n')$
  5. si  $F(n') \leq F(n)$  // *si on minimisait, le test serait  $F(n') \geq F(n)$*
  6. retourner  $n$  // *on n'arrive pas à améliorer p/r à  $F(n)$*
5.  $n = n'$

# Illustration de l'algorithme *hill-climbing*



Imaginez ce que vous feriez pour arriver au (trouver le) sommet d'une colline donnée, en plein brouillard et souffrant d'amnésie.

# Exemple de simulation de *hill-climbing*

- Soit la fonction objectif suivante, définie pour les entiers de 1 à 16 :

| $n =$    | 1 | 2 | 3  | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
|----------|---|---|----|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|
| $F(n) =$ | 4 | 6 | 15 | 5 | 3 | 2 | 4 | 5 | 6 | 7  | 8  | 10 | 9  | 8  | 7  | 3  |

- Quelle valeur de  $n$  trouverait la méthode *hill-climbing* si la valeur initiale de  $n$  était 6 et que les successeurs (voisins) utilisés étaient  $n-1$  (seulement si  $n > 1$ ) et  $n+1$  (seulement si  $n < 16$ )?

# Exemple de simulation de *hill-climbing*

- Soit la fonction objectif suivante, définie pour les entiers de 1 à 16 :

| $n =$    | 1 | 2 | 3  | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
|----------|---|---|----|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|
| $F(n) =$ | 4 | 6 | 15 | 5 | 3 | 2 | 4 | 5 | 6 | 7  | 8  | 10 | 9  | 8  | 7  | 3  |

Diagram description: A table with two rows. The first row is labeled 'n =' and contains integers from 1 to 16. The second row is labeled 'F(n) =' and contains values: 4, 6, 15, 5, 3, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 9, 8, 7, 3. The values 3, 2, and 4 are circled. Above the 5, 6, and 7 columns, there are arrows pointing from 6 to 5 and from 6 to 7, with a question mark above the 6 column.

- Quelle valeur de  $n$  trouverait la méthode *hill-climbing* si la valeur initiale de  $n$  était 6 et que les successeurs (voisins) utilisés étaient  $n-1$  (seulement si  $n>1$ ) et  $n+1$  (seulement si  $n<16$ )?
- **Réponse:**
  - ◆ suite des valeurs de  $n$  parcourues: 6

# Exemple de simulation de *hill-climbing*

- Soit la fonction objectif suivante, définie pour les entiers de 1 à 16 :

| $n =$    | 1 | 2 | 3  | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
|----------|---|---|----|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|
| $F(n) =$ | 4 | 6 | 15 | 5 | 3 | 2 | 4 | 5 | 6 | 7  | 8  | 10 | 9  | 8  | 7  | 3  |

*Note: In the original image, the values 2, 4, and 5 in the F(n) row are circled. Arrows point from a question mark above n=7 to the circled values at n=6 and n=8.*

- Quelle valeur de  $n$  trouverait la méthode *hill-climbing* si la valeur initiale de  $n$  était 6 et que les successeurs (voisins) utilisés étaient  $n-1$  (seulement si  $n > 1$ ) et  $n+1$  (seulement si  $n < 16$ )?
- **Réponse:**
  - ◆ suite des valeurs de  $n$  parcourues:  $6 \rightarrow 7$

# Exemple de simulation de *hill-climbing*

- Soit la fonction objectif suivante, définie pour les entiers de 1 à 16 :

| $n =$    | 1 | 2 | 3  | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
|----------|---|---|----|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|
| $F(n) =$ | 4 | 6 | 15 | 5 | 3 | 2 | 4 | 5 | 6 | 7  | 8  | 10 | 9  | 8  | 7  | 3  |

- Quelle valeur de  $n$  trouverait la méthode *hill-climbing* si la valeur initiale de  $n$  était 6 et que les successeurs (voisins) utilisés étaient  $n-1$  (seulement si  $n>1$ ) et  $n+1$  (seulement si  $n<16$ )?
- **Réponse:**
  - ◆ suite des valeurs de  $n$  parcourues:  $6 \rightarrow 7 \rightarrow 8$

# Exemple de simulation de *hill-climbing*

- Soit la fonction objectif suivante, définie pour les entiers de 1 à 16 :

| $n =$    | 1 | 2 | 3  | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
|----------|---|---|----|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|
| $F(n) =$ | 4 | 6 | 15 | 5 | 3 | 2 | 4 | 5 | 6 | 7  | 8  | 10 | 9  | 8  | 7  | 3  |

Diagram illustrating the hill-climbing process. The table shows the objective function values for  $n$  from 1 to 16. The values are: 4, 6, 15, 5, 3, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 9, 8, 7, 3. The values 8, 10, and 9 are circled, indicating the sequence of values visited during the search. Arrows point from 11 to 12 and from 12 to 13, with a question mark above the arrow from 12 to 13, suggesting a decision point at  $n=12$ .

- Quelle valeur de  $n$  trouverait la méthode *hill-climbing* si la valeur initiale de  $n$  était 6 et que les successeurs (voisins) utilisés étaient  $n-1$  (seulement si  $n>1$ ) et  $n+1$  (seulement si  $n<16$ )?
- **Réponse:**
  - ◆ suite des valeurs de  $n$  parcourues:  $6 \rightarrow 7 \rightarrow 8 \rightarrow 9 \rightarrow 10 \rightarrow 11 \rightarrow 12$
  - ◆ *hill-climbing* termine et retourne  $n=12$

# Exemple : *N-Queens*

- Problème : Placer  $N$  reines sur un échiquier de taille  $N \times N$  de sorte que deux reines ne s'attaquent pas mutuellement :
  - ◆ c-à-d., jamais deux reines sur la même diagonale, ligne ou colonne



# Hill-Climbing avec 8 reines

- $n$  : configuration de l'échiquier avec  $N$  reines
- $F(n)$  : nombre de paires de reines qui s'attaquent mutuellement directement ou indirectement dans la configuration  $n$
- On veut le **minimiser**
- $F(n)$  pour l'état (nœud) affiché : 17
- Encadré : les meilleurs successeurs, si on bouge une reine dans sa colonne

|    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 18 | 12 | 14 | 13 | 13 | 12 | 14 | 14 |
| 14 | 16 | 13 | 15 | 12 | 14 | 12 | 16 |
| 14 | 12 | 18 | 13 | 15 | 12 | 14 | 14 |
| 15 | 14 | 14 | ♚  | 13 | 16 | 13 | 16 |
| ♚  | 14 | 17 | 15 | ♚  | 14 | 16 | 16 |
| 17 | ♚  | 16 | 18 | 15 | ♚  | 15 | ♚  |
| 18 | 14 | ♚  | 15 | 15 | 14 | ♚  | 16 |
| 14 | 14 | 13 | 17 | 12 | 14 | 12 | 18 |

# *Hill-Climbing* avec 8 reines

- Un exemple de minimum local avec  $F(n)=1$

