Probabilité conjointe

- **Probabilités conjointes** : probabilité d'une assignation de toutes la variables
  - *P*(*Inconnu=vrai, MotSensible=vrai, Pourriel=vrai*) = 0.108 (10.8%)
  - *P*(*Inconnu=faux, MotSensible=faux, Pourriel=vrai*) = 0.008 (0.8%)

Inconnu	*MotSensible*	*Pourriel*	Probabilité
vrai	*vrai*	*vrai*	0.108
vrai	*vrai*	*faux*	0.016
vrai	*faux*	*vrai*	0.012
vrai	*faux*	*faux*	0.064
faux	*vrai*	*vrai*	0.072
faux	*vrai*	*faux*	0.144
faux	*faux*	*vrai*	0.008
faux	*faux*	*faux*	0.576

Probabilité marginale

- **Probabilités marginales** : probabilité sur un sous-ensemble des variables
  - *P*(*Inconnu=vrai*, *Pourriel=vrai*)
    = *P*(*Inconnu=vrai*, *MotSensible=vrai*, *Pourriel=vrai*) + *P*(*Inconnu=vrai*, *MotSensible=faux*, *Pourriel=vrai*)
    = $\Sigma_{x \in \{vrai,\, faux\}}$ *P*(*Inconnu=vrai*, *MotSensible=x*, *Pourriel=vrai*) = 0.108 + 0.012 = **0.12**

Inconnu	***MotSensible***	***Pourriel***	**Probabilité**
vrai	*vrai*	*vrai*	0.108
vrai	*vrai*	*faux*	0.016
vrai	*faux*	*vrai*	0.012
vrai	*faux*	*faux*	0.064
faux	*vrai*	*vrai*	0.072
faux	*vrai*	*faux*	0.144
faux	*faux*	*vrai*	0.008
faux	*faux*	*faux*	0.576

Probabilité marginale

- **Probabilités marginales** : probabilité sur un sous-ensemble des variables
  - *P*(*Pourriel*=*vrai*)
    $= \Sigma_{x \in \{vrai,\, faux\}} \Sigma_{y \in \{vrai,\, faux\}}$ *P*(*Inconnu*=*y*, *MotSensible*=*x*, *Pourriel*=*vrai*)
    = 0.108 + 0.012 + 0.072 + 0.008 = **0.2**

Inconnu	***MotSensible***	***Pourriel***	**Probabilité**
vrai	*vrai*	*vrai*	0.108
vrai	*vrai*	*faux*	0.016
vrai	*faux*	*vrai*	0.012
vrai	*faux*	*faux*	0.064
faux	*vrai*	*vrai*	0.072
faux	*vrai*	*faux*	0.144
faux	*faux*	*vrai*	0.008
faux	*faux*	*faux*	0.576

Probabilité d’une disjonction

- **Probabilités de disjonction (« ou ») d’événements :**
  - *P*(*Pourriel=vrai* ou *Inconnu=faux*)
    = *P*(*Pourriel=vrai*) + *P*(*Inconnu=faux*) - *P*(*Pourriel=vrai, Inconnu=faux*)
    = 1 - *P*(*Pourriel=**faux**, Inconnu=**vrai***) = 1 – 0.016 – 0.064 = **0.92**

Inconnu	***MotSensible***	***Pourriel***	**Probabilité**
vrai	*vrai*	*vrai*	0.108
vrai	*vrai*	*faux*	0.016
vrai	*faux*	*vrai*	0.012
vrai	*faux*	*faux*	0.064
faux	*vrai*	*vrai*	0.072
faux	*vrai*	*faux*	0.144
faux	*faux*	*vrai*	0.008
faux	*faux*	*faux*	0.576

Probabilité d'une disjonction

- **Probabilités de disjonction (« ou ») d'événements :**
  - formule générale : $P(A \text{ ou } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ et } B)$

Inconnu	*MotSensible*	*Pourriel*	Probabilité
vrai	*vrai*	*vrai*	0.108
vrai	*vrai*	*faux*	0.016
vrai	*faux*	*vrai*	0.012
vrai	*faux*	*faux*	0.064
faux	*vrai*	*vrai*	0.072
faux	*vrai*	*faux*	0.144
faux	*faux*	*vrai*	0.008
faux	*faux*	*faux*	0.576

Hugo Larochelle et Froduald Kabanza

Probabilité d'un événement en général

- On peut calculer la probabilité d'événements arbitrairement complexes
  - il suffit d'additionner les probabilités des éléments élémentaires associés
  - *P*((*Pourriel=vrai, Inconnu=faux*) ou (*MotSensible=faux, Pourriel=faux*))
    = 0.064 + 0.072 + 0.008 + 0.576 = **0.72**

Inconnu	***MotSensible***	***Pourriel***	**Probabilité**
vrai	*vrai*	*vrai*	0.108
vrai	*vrai*	*faux*	0.016
vrai	*faux*	*vrai*	0.012
vrai	*faux*	*faux*	0.064
faux	*vrai*	*vrai*	0.072
faux	*vrai*	*faux*	0.144
faux	*faux*	*vrai*	0.008
faux	*faux*	*faux*	0.576

Probabilité conditionnelle

- **Probabilités conditionnelles :**
  - $P(\mathit{Pourriel}=\mathit{faux} \mid \mathit{Inconnu}=\mathit{vrai})$
    $= P(\mathit{Pourriel}=\mathit{faux}, \mathit{Inconnu}=\mathit{vrai}) \,/\, P(\mathit{Inconnu}=\mathit{vrai})$
    $= (0.016 + 0.064) \,/\, (0.016 + 0.064 + 0.108 + 0.012) = \mathbf{0.4}$

vrai seulement si $P(\mathit{Inconnu}=\mathit{vrai}) \neq 0$

Inconnu	***MotSensible***	***Pourriel***	**Probabilité**
vrai	*vrai*	*vrai*	0.108
vrai	*vrai*	*faux*	0.016
vrai	*faux*	*vrai*	0.012
vrai	*faux*	*faux*	0.064
faux	*vrai*	*vrai*	0.072
faux	*faux*	*vrai*	0.008
faux	*faux*	*faux*	0.576

En mots: « sachant que *Inconnu=vrai*, quelle est la probabilité que *Pourriel=faux* »

Probabilité conditionnelle

- **Probabilités conditionnelles :**
  - formule générale : $P(A|B) = P(A,B) / P(B)$ ($P(B) \neq 0$)

Inconnu	*MotSensible*	*Pourriel*	Probabilité
vrai	*vrai*	*vrai*	0.108
vrai	*vrai*	*faux*	0.016
vrai	*faux*	*vrai*	0.012
vrai	*faux*	*faux*	0.064
faux	*vrai*	*vrai*	0.072
faux	*vrai*	*faux*	0.144
faux	*faux*	*vrai*	0.008
faux	*faux*	*faux*	0.576

Autres types de variables aléatoires

- On va se concentrer sur des variables aléatoires Booléennes ou binaires
  - le **domaine**, c.-à-d. l'ensemble des valeurs possibles de la variable, était toujours {*vrai*,*faux*}

- On pourrait avoir d'autres types de variables, avec des domaines différents :
  - **Discrètes** : le domaine est énumérable
    - » *Météo* ∈ {*soleil*, *pluie*, *nuageux*, *neige*}
    - » lorsqu'on marginalise, on doit sommer sur toutes les valeurs :
      $P(\textit{Température}=x) = \Sigma_{y \in \{soleil,\ pluie,\ nuageux,\ neige\}} P(\textit{Température}=x, \textit{Météo}=y)$
  - **Continues** : le domaine est continu (par exemple, l'ensemble des réels)
    - » exemple : *PositionX* = 4.2
    - » le calcul des probabilités marginales nécessite des intégrales